

Séminaire RIICLAS

Les langues et la formation des concepts logiques

Le cas de la quantification dans le contexte tunisien

Faïza CHELLOUGUI

Université de Carthage

Faculté des sciences de Bizerte

Département de mathématiques

chellouguifaiza@yahoo.fr

PLAN

Introduction

**La négation d'énoncés universels dans le contexte tunisien
(école primaire-collège-lycée) (Ben Kilani, 2005)**

La quantification dans les manuels tunisiens

Conclusion

INTRODUCTION

L'enseignement des mathématiques en Tunisie se fait durant les neuf premières années en arabe puis en français durant les quatre années du lycée. Cet enseignement ne prend pas en considération la coordination des deux registres langue arabe – langue française, ceci est laissé à la charge de l'élève.

Les enfants tunisiens débutent leur cursus scolaire à l'âge de six ans. Ils arrivent souvent avec un background linguistique exclusivement arabe du type dialectal qui présente certaines différences par rapport à l'arabe littéral qui lui s'enseigne à l'école dès la première année scolaire. L'arabe dialectal ne fait l'objet d'aucun enseignement, il reste le langage vernaculaire du quotidien.

INTRODUCTION

L'école de base (9 ans). les mathématiques sont enseignées en langue arabe suivant deux cycles:

1^{er} cycle (6 ans – école primaire) assuré par des instituteurs venant de formation diverses: ils sont polyvalents.

L'écriture et la lecture s'effectuent de droite à gauche:

Exemple (manuel 6^{ème} année de l'école de base, p.86)

(5) أَعْوَضْ كُلَّ نَقْطَةً بِرَقْمٍ مُنَاسِبٍ

$$\left| \begin{array}{c} \frac{9}{\cdot} < \frac{4}{14} \\ 1 = \frac{\cdot}{12} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} \frac{18}{\cdot} > \frac{18}{20} \\ 1 > \frac{\cdot}{8} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} \frac{7}{6} < \frac{7}{\cdot} \\ 1 < \frac{\cdot}{5} \end{array} \right|$$

Je remplace chaque point par un nombre approprié

INTRODUCTION

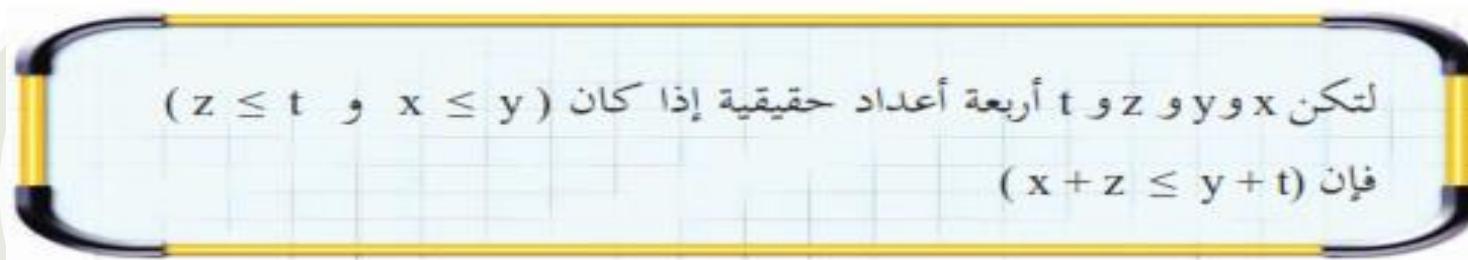
L'école de base (9 ans).

2ème cycle (3 ans – collège) assuré par des professeurs spécialistes en mathématiques.

Dans une même phrase mathématique, il y a une cohabitation des deux sens opposés de lecture et d'écriture, c'est la bilatéralité en mathématiques au sens de Abdejaouad (2004) : certaines occurrences sont écrites et lues de droite à gauche (pour le texte arabe) et d'autres de gauche à droite (pour les formules, équations...).

D'autre part, les lettres de variables utilisées sont de l'alphabet français.

Exemple (manuel 9ème année de l'école de base, p.66)



*Soient x et y et z et t quatre nombres réels, si on a $(x \leq y \text{ et } z \leq t)$
alors $(x+z \leq y+t)$*

INTRODUCTION

Le lycée (4 ans-Enseignement secondaire). Les mathématiques sont enseignées en langue française par des professeurs spécialistes en mathématiques.

Le manuel de première année du lycée propose un lexique avec une traduction d'une liste de concepts mathématiques (notions, objets...). Dans la liste proposées, on trouve la traduction de :

Si..... alors

إذا... فإن

Equivaut à

مكافئ

**La négation d'énoncés universels dans le
contexte tunisien :
école primaire-collège-lycée
(Ben Kilani, 2005)**

ACTIVITE (Ben Kilani, 2005)

Voici deux figures qui représentent un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires.

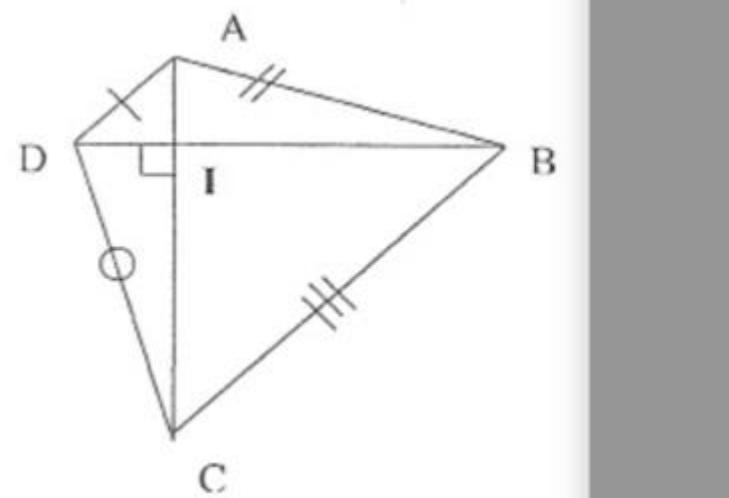


Figure I

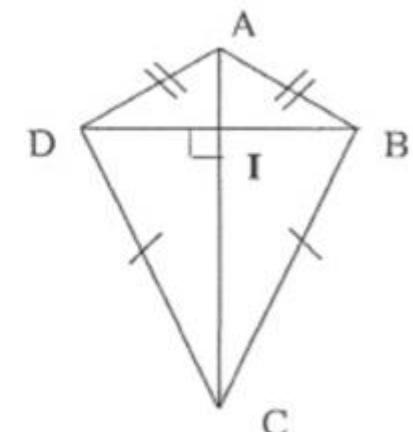


Figure II

Question. Selon vous, quelle figure représente:

Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et dont tous les côtés ne sont pas égaux.

La question de congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique

Soit la phrase universelle exprimée dans le registre de représentation sémiotique de la langue française

Toutes les boules sont blanches (1)

Sa correspondante dans le registre de représentation sémiotique de la langue arabe est la phrase nominale universelle

Quollou al kourati biidhon (2)

Les unités signifiantes respectives des deux phrases universelles sont congruentes (à l'exception de la copule *sont*) (Ben Kilani, 2005) .

La question de congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique

	Toutes les boules sont blanches	Quollou al kourati biidhon
Négation	Toutes les boules ne sont pas blanches	Laïsat quollou al kourati biidhon
Morphème de négation	L'auxiliaire se trouve entre les deux composantes du morphème de négation ne...pas	Le morphème de négation laïsa / laïsat se place en tête de la phrase.
	L'unité signifiante Tous est appréhendée avant l'unité signifiante ne...pas .	L'unité signifiante quollou est appréhendée après l'unité signifiante laïsa .

La question de congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique

La structure de ce type de phrase « **laïsat ...quollou...** » génère une interprétation qui fait porter la négation sur la phrase universelle.

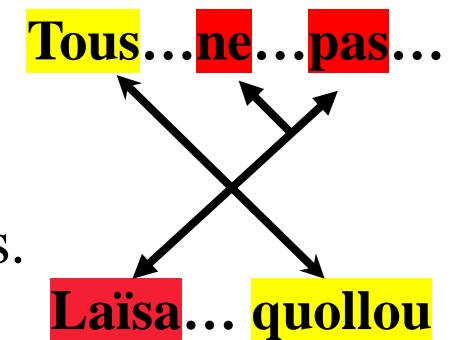
Ceci amène à interpréter la phrase « **Laïsat quollou al kourati biidhon**» comme signifiante en français «**certaines** boules ne sont **pas** blanches».

Une expérimentation a été menée auprès d'enseignants de français et d'élèves scientifiques de 3^{ème} année lycée a montré que chez beaucoup d'entre eux l'interprétation de la phrase « **Tous...ne...pas...** » est « **aucun...n'est...** » dans laquelle la négation porte sur le prédicat (Ben Kilani; 2001).

La question de congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique

Cette divergence d'interprétation avec la norme linguistique française pourrait provenir de la différence grammaticale (la syntaxe) des deux langues.

Il apparaît que les deux représentations sémiotiques arabe et française de la négation d'une phrase universelle de même contenu ne sont pas congruentes.



La langue française n'est pas congruente à la syntaxe logique, contrairement à la langue arabe

ACTIVITE (Ben Kilani, 2005)

Voici deux figures qui représentent un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires.

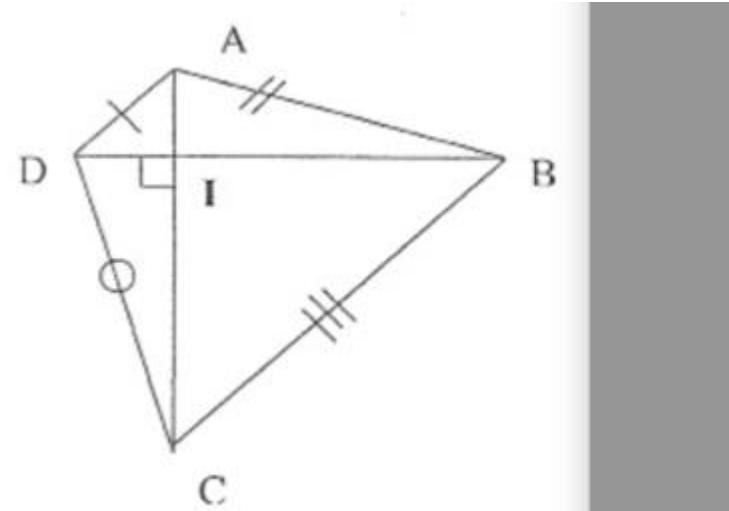


Figure I

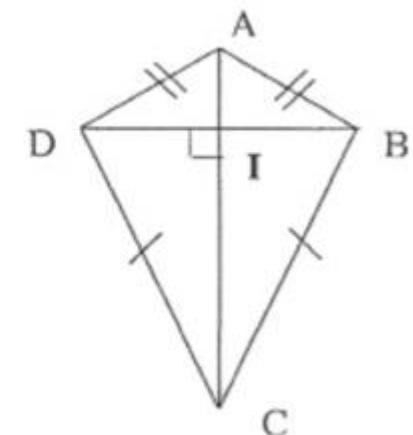


Figure II

Question. Selon vous, quelle figure représente:

Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et dont tous les côtés ne sont pas égaux.

Quelques réponses de binômes d'élèves de 1^{ère} a. du lycée

Binôme 1.

E1 est persuadé que la réponse est *Fig I* et *Fig II* mais n'arrive pas à convaincre E2.

E2 est convaincu que c'est la *Fig I*, et rejette la *Fig II* car il y a égalité entre les côtés [AB] et [AD]

(E1) **Les côtés el.kolhom mouch metkaysin**

Les côtés tous sont non égaux

Binôme 2

Les élèves sont convaincus que c'est la *Fig I*

...dans la Figure I les côtés ne sont pas égaux par contre dans la Figure II il y a des côtés égaux [AB] et [AD]

Binôme 3.

Les élèves sont convaincus que c'est la *Fig I*

...dans la Figure I les côtés sont tous différents. Par contre dans la Figure II il existe des côtés qui sont égaux

Pour conclure

Certaines divergences d'interprétation, enregistrée chez beaucoup d'élèves, entre la norme et la pratique des phrases du type « tous...ne...pas... » montre un effet de la non-congruence entre la langue arabe et la langue française concernant la construction de la négation des phrases universelles. (Ben Kilani, 2005)

La traduction directe du français à l'arabe conduit à privilégier l'interprétation du type *aucun*

La quantification dans les manuels tunisiens

Introduction

Dans l'enseignement secondaire tunisien :

- L'usage symbolique des quantificateurs n'a été introduit à aucun moment.
- Les quantificateurs exprimés en langue naturelle sont présents d'une manière explicite mais ils sont peu utilisés dans les applications et les exercices.

Les difficultés relatives aux questions de logique et de langage dans la classe de mathématiques sont le plus souvent insuffisamment prises en compte par les professeurs du secondaire comme du supérieur

La quantification implicite

Lorsqu'une implication ou une équivalence, est donnée sans quantificateur, c'est le quantificateur universel qui est sous entendu.

La quantification implicite des énoncés conditionnels est une pratique massive tant parmi les mathématiciens dans la classe de mathématiques, que dans le lycée ou à l'université.

Ce constat s'appuie sur de nombreuses observations, ainsi que sur quelques analyses de manuels (Chellougui, 2004, 2009).

Manuel de mathématiques de 9ème année de l'école de base

Exemple 1 (p.53)

إذا كان a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Si a et b sont deux nombres réels non nuls et n un entier naturel alors $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

Exemple 2 (p.66)

لتكن x و y و z و t أربعة أعداد حقيقية إذا كان ($z \leq t$ و $x \leq y$)

$$(x + z \leq y + t)$$

Soient x et y et z et t quatre nombres réels, si on a ($x \leq y$ et $z \leq t$) alors ($x+z \leq y+t$)

La quantification implicite au lycée

Manuel de 3^{ème} Section Maths, (Limites et continuité, définition, p.42)

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I , sauf peut-être en un réel a de I .

On dit que $f(x)$ tend vers le réel L lorsque x tend vers a , si pour tout $\beta > 0$, il existe $\alpha > 0$ tel que si x appartient à I et $0 < |x - a| < \alpha$, alors $|f(x) - L| < \beta$.

$$\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0 \ (x \in I \text{ et } 0 < |x - a| < \alpha \Rightarrow |f(x) - L| < \beta)$$

La variable x est libre, elle n'est pas quantifiée : c'est le quantificateur universel qui est sous entendu.

$$\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0 \ (\forall x \in I \text{ et } 0 < |x - a| < \alpha \Rightarrow |f(x) - L| < \beta)$$

$\forall x$ est dans l'antécédent de l'implication: la formulation ne correspond pas à la définition annoncée.

$$\forall \beta > 0 \exists \alpha > 0 \ \forall x \in I \ (0 < |x - a| < \alpha \Rightarrow |f(x) - L| < \beta)$$

Pour conclure

Ces formulations semblent claires pour les auteurs des manuels et peut être pour les enseignants, mais peuvent être sources de certaines difficultés *dans la compréhension des connaissances mathématiques* pour les apprenants.

Dans le cas où les formulations sont énoncés avec un conditionnel implicitement quantifié, un élève peut trouver des difficultés : essentiellement lorsque les variables d'un antécédent d'une implication ne sont pas prises universellement, une simple justification avec quelques **cas particuliers** peut ramener l'élève au conséquent correspondant.

Conclusion

Dans la transition collège / lycée, il y a une double difficulté chez les élèves :

- ✓ difficulté liée à la langue française: certains élèves ont tendance à faire une traduction (mot à mot),
- ✓ difficulté liée au fait que la langue française n'est pas congruente à la syntaxe logique, contrairement à la langue arabe.

Les pratiques concernant les questions de quantification et l'usage du symbolisme logique sont très diverses et le plus souvent assez éloignées des normes logique (Durand-Guerrier & Arsac, 2003; Chellougui, 2009).